

1. 限界状態設計法とは

一般的に設計式はいくつかの変数の関数であり、次のように表すことができる。

$$G = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

X_i は耐力や荷重である。例えば、後述する梁の断面設計において、許容応力度設計 (Working Stress Design: WSD) では

$$G = Rn \cdot Z - Ln \cdot \frac{wl^2}{8}$$

のように表し、 $G = 0$ となる Z の値を算定することになることを考えれば分かるであろう。 Rn 、 Ln はそれぞれ梁の耐力 (基準強度) の公称値、積載荷重の基本値、 Z は断面係数、 w は荷重分担幅、 l はスパンである。(1)式は性能関数と呼ばれる。限界状態設計法 (LSD) は、耐力のデータを基に、加わる荷重を考慮し、それらの分布から材料や構造物が破壊する確率を算定することにより設計する手法である。したがって、 $G < 0$ となる確率を算定しなければならない。 $G < 0$ が破壊領域、 $G > 0$ が安全領域、 $G = 0$ が限界状態である。

LSD では、例えば梁の断面設計では破壊確率 (P_f) が 1.35×10^{-3} となるように寸法を算定することになる。しかし、破壊確率となると小数や指

数で表すことになるので、通常設計におけるターゲットは、破壊確率の代わりに信頼性指標 () が用いられる。 P_f と () の関係は $P_f = \Phi(-)$ であり、 $P_f = 1.35 \times 10^{-3}$ の場合、 $= 3.0$ である。 $\Phi(\cdot)$ は標準正規分布関数である。平均値 (μ) と標準偏差 () を用いて 5% 下限値 $R_{0.05}$ を算出する場合、 $R_{0.05} = \mu - 1.645$ となるが、これを $\Phi(\cdot)$ を用いて表せば $0.05 = \Phi(-1.645)$ となる。

LSD には、レベル、レベル、レベル という 3 つのレベルがある。レベル は確率をできるだけ精度良く算定する手法、レベル は AFOSM 法¹⁾ などの近似された方法により確率を算定する手法、レベル は確率の算定を反映した上で、これまでの許容応力度設計法と同じようなフォーマットにし

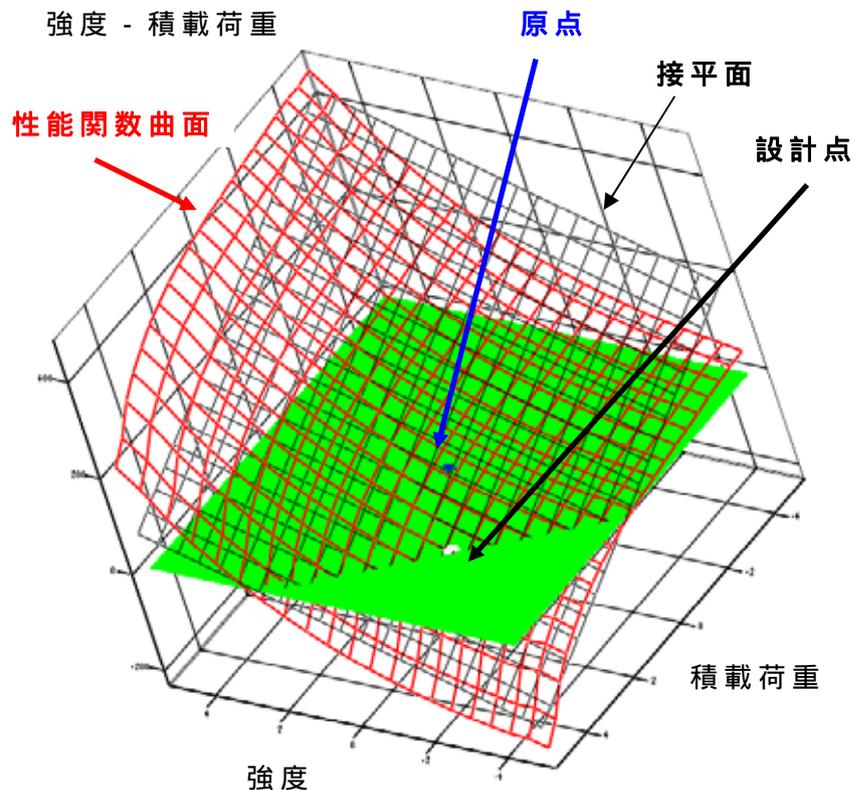


図.1 u-空間における性能関数の例

た手法（耐力・荷重係数倍設計法：LRFD）である。

AFOSM 法はよく用いられるので、概説しておく。まず、それぞれの変数を $(X_i - \mu_i) / \sigma_i$ を用いて標準正規変数に変換する。 μ_i 、 σ_i は X_i の平均値および標準偏差である。変換した変数を用いて(1)式を表した空間を標準正規空間（ u -空間）という。(1)式はすべての変数が正規変数である場合平面になるが、一般的には曲面になる。その曲面全体において $G < 0$ となる割合が破壊確率である。この曲面と原点を含む XY 平面つまり $G = 0$ との交わった曲線が破壊を表す曲線である。この曲線と原点との距離が最小となる点を設計点（最も破壊しやすい点）と呼ぶ。また、この空間において、設計点と原点との距離が信頼性指標 β と等しくなる。AFOSM 法は、性能関数を表す曲面を設計点において平面近似した場合の確率で算定している。図.1 に後述する例における性能関数を u -空間に表した。同図で、性能関数を表す曲面（赤面）において、XY 平面（緑面）より下にある面積の全体面積に対する割合が破壊確率である。黒い平面は性能関数を表す曲面に対し、設計点における接平面を表している。この接平面を用いて赤面を近似しようというのが、AFOSM 法である。この原点と設計点（必ず XY 平面上にある）との距離が β である。
が小さくなるということは、同図で XY 平面が上に上がると考えればよい。そうすると、原点と設計点（もちろん

同図における位置とは異なるが）との距離が小さくなること、XY 平面より下部の面積が大きくなること（つまり破壊確率が大きくなる）が分かるであろう。

それでは AFOSM 法はどうやって設計点を求めるのであろうか。AFOSM 方は非線形方程式を解く、Newton - Raphson 法のようなもので、図.1 における性能関数を表す曲面上に初期を与え、その点における接平面を求める。その接平面と XY 平面との交わる直線（平面と平面とが交わるので直線となる）に原点から垂線をおろす。垂線の足を用いて以上のことを収束するまで繰り返すことにより、設計点を求めることができる。

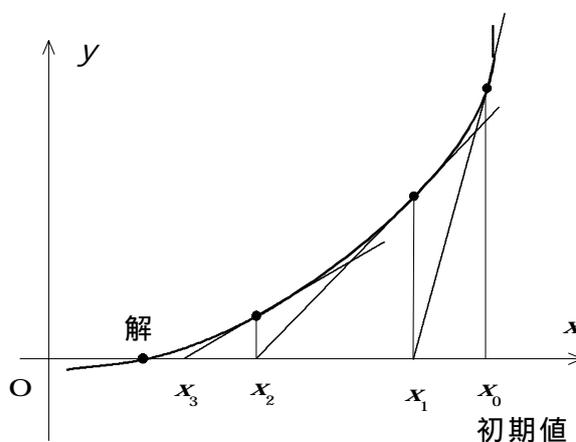


図.2 Newton - Raphson 法

2. レベル とレベル

レベル は原子力発電所などの重要な建築物に用いられるので、以下、レベル、レベル について概説する。

例えば、1本のスギの梁を考え、梁幅 10.5cm、スパン(ℓ)364cm、荷重分担幅(w)182cm、耐用期間を 50 年として、LSD により梁背を算定することを考えよう。スギ強度分布を対数正規分布と仮定する。資料よりスギ材強度の変動係数は 0.22 であるから、その 5%下限値が 220N/mm^2 と考えると、平均値は 323N/mm^2 となる。ここで一つ問題がある。それは荷重存続期間 (Duration of Load : DOL) の影響である。WSD では、50 年後の強度を長期許容応力度として断面を算定しているが、LSD では、耐用期間である 50 年間に部材の破壊する確率より断面を算定する必要がある。しかし、わが国には実大材の DOL に関するデータがない。そこで、次のように仮定する。つまり、現在収集されている静的な破壊試験により得られた強度分布が、形状が変化せず小さい値にシフトしたもの (静的試験機により得られた強度分布に便宜的に 0.5 を乗じた値) とする。例えば正規分布であれば、変動係数の値は変化せず、平均値がもとの値の 0.5 倍となると仮定する。また、分かり易くするため積載荷重のみを考慮し、その設計荷重 (基本値) を 1765N/m^2 とする。積載荷重の分布は、資料²⁾より平均値 / 公称値 = 0.45 であるから、平均値 794N/m^2 、変動係数 0.4 の対数正規分布と仮定する。また、図.3 に示すように、生起過程をポアソン方形波とする。

積載荷重の生起過程を考慮した確率分布関数は次のように表される。

$$F(x) = \exp[-\lambda T(1 - F_{L_s}(x))] \cdot F_{L_s}(x)$$

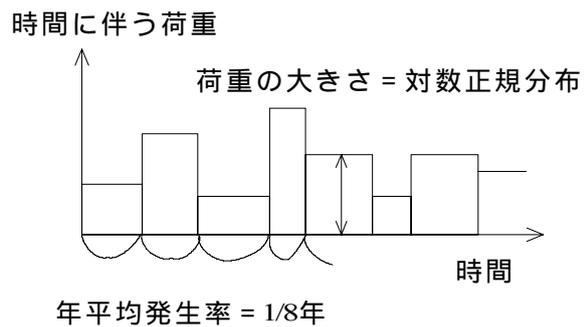


図.3 ポアソン方形波過程

λ は生起率、 T は耐用期間 (設計寿命) である。

ここで、荷重効果および耐力効果について説明しよう。ある荷重値をモーメントに変換し、断面係数で除した値は強度と同次元になるが、このように荷重値を変換したものを荷重効果と呼ぶ。同様に強度 (耐力) に断面係数を乗じた値はモーメントと同次元になるが、耐力を変換したものを耐力効果と呼んでいる。2 変数なので、ここでは AFOSM 法ではなく、初歩的な確率の知識を用いて破壊確率を算出してみる。いま、スギの耐力効果における確率分布関数を $F_R(x)$ 、積載荷重の荷重効果における確率密度関数を $f_{L_s}(x)$ とする。 x は荷重値をモーメントに変換し、断面係数で除した値である。荷重効果と耐力効果は統計的に独立と考えられるので、荷重効果 x において、梁が破壊する確率は $F_R(x)$ であるから、梁の破壊する確率は、 $f_{L_s}(x) \cdot F_R(x)$ を $-\infty$ から $+\infty$ に渡って積分すればよい。つまり、

$$Pf = \int_{-\infty}^{\infty} f_{L_s}(x) \cdot F_R(x) dx$$

であり、この値が 1.35×10^{-3} (= 3.0) となるように梁背を算出すると

19.7cmとなる。これがレベルである。この場合確率変数が2つということで比較的簡単に破壊確率を算出することができたが、実際にはAFOSM法などが用いられる。この場合の耐力の設計点（設計点はAFOSM法を用いなければならない）は 109N/mm^2 であり、荷重によるモーメントを断面係数で除した設計点も同じである。

この耐力の設計点を耐力の公称値（基準値）＝長期許容応力度（ R_n ）で除した値が耐力係数（ γ ）と呼ばれ、設計点が公称値からどれくらい離れているかを表すものであるから、耐力の部分安全係数であることが分かるであろう。また、荷重による設計点を荷重の基準値（ L_n ）＝ 1765N/m^2 で除した値を荷重係数（ γ_s ）と呼び、やはり部分安全係数である。この場合 $\gamma = 109/74 = 1.48$ 、 $\gamma_s = 109/(M/Z) = 1.39$ となり、設計式は以下のようなになる。 M はモーメントであり、 $M = 1765 \cdot 182 \cdot 364^2 / 8$ 、また Z は断面係数である。

$$1.48R_n \geq 1.39L_n$$

これがレベルと呼ばれる設計法である。このときの様子を図.4に示す。

3. 現状と課題

2003年建築学会から「木質構造限界状態設計指針・同解説」が出版されている。木質構造の分野でも、そろそろ社会的に認知していただける状況になりつつあると思われるが、課題も多い。以下、主なものを列挙する。

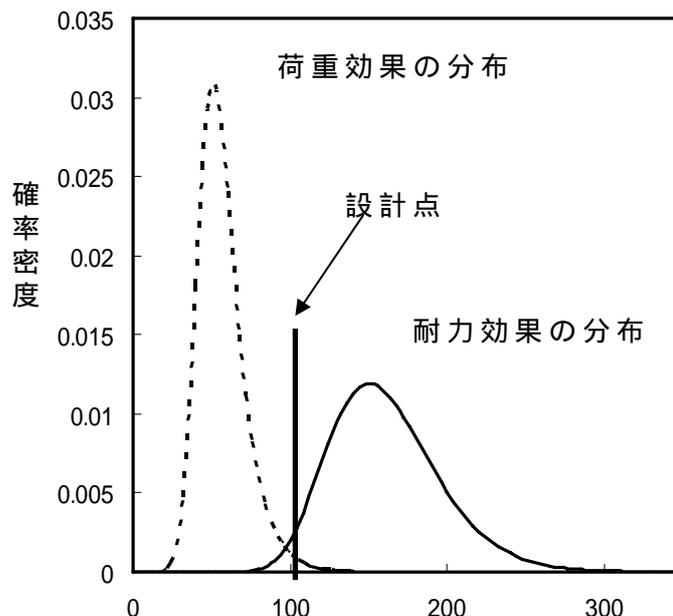


図.4 耐力効果と荷重効果

(1) 材料強度データの蓄積

欠落している、曲げ以外の縦圧縮、縦引張強さ、せん断、横圧縮（めり込み）について、今後さらにデータが必要である。

(2) DOL、クリープ

限界状態設計法は、部材や建築物の破壊する確率を一定値以内に押さえる設計法であるから、建築物の耐用年限を T 年とすれば、部材や建築物が T 年以内では破壊しない確率（ $1 - P_f$ ）、言い換えれば、 T 年以内に破壊する確率 P_f を算定しなければならない。期間中に加わる荷重はランダムであるが、ポアソン過程などの仮定を設ければモデル化が可能であるから、部材や建築物の耐力劣化モデルやクリープ変形が必要となろう。その上で、モデルに含まれるパラメータを実験により求めなければならない。

(3) 接合具²⁾

接合具の強度データの蓄積を増やすこと、軸力の効果を入れた新たなモデルの作成、接合具を多数本配置した場合の耐力評価、および横引張、割裂、めり込みを伴う接合具（部）の終局耐力評価を行う必要がある。

(4)地震荷重に関する限界状態設計

LSDにおける耐震設計は、レベルつまり現行の許容応力度設計と同様のフォーマットで1次設計を行い、保有水平耐力の確認という2次設計を行うのが現状である。しかし、耐力壁などの構造要素（言い換えれば接合部になると思われるが）のバラツキを考慮した建物の終局限界耐力の算定と地動加速度（地震荷重の分布は地動加速度で与えられる）の分布とを考慮した限界状態設計が望まれる。

4. おわりに

平成14年国土交通省から、設計に係わる国際技術標準への対応といった面のみならず、国内の各技術標準間及び国際技術標準との整合性の確保といった面も含め、分野・構造種別を超えた「日本の考え」を示すことを主目的として、「土木・建築にかかる設計の基本」³⁾が策定されている。総則には次のように書かれている。「構造物全般を対象とし、構造設計に係わる技術標準の策定・改訂の基本的方向を示すものである。(中略)要求性能を満たすことの検証方法として信頼性設計の考え方を基礎とする。信頼性設計の考え方を基礎とするとは、限界状態設計を設定して作用および構造物の耐力が有する不確定条件を考慮し、設計供用期間内

に限界状態を超える状態の発生を許容目標範囲内に収める。」この中の、許容目標範囲は、現状では確率としか考えられないことも分かるであろう。

今後構造設計指針などを策定する場合、信頼性設計を基礎とすること、換言すれば破壊確率を基とした限界状態設計法に移行していくべきであることを、国の方向性としているのである。こうした状況を鑑み、より多くの木材系研究者が信頼性研究に興味を持っていただき、木材系研究者の側から木質構造に関する信頼性設計指針を策定できればと期待している。

文献

- (1)日本建築学：建築物の限界状態設計指針第1版、1999.
- (2)日本建築学会：木質構造の限界状態設計、1999（研究会資料・絶版）
- (3)国土交通省ホームページ：
<http://www.mlit.go.jp/kisha/kisha02/13/131021/131021.pdf>.